

END 2124

**UYGULAMALI
MÜHENDİSLİK
EKONOMİSİ**

**NAKİT AKIŞ
DİZİLERİ-2**

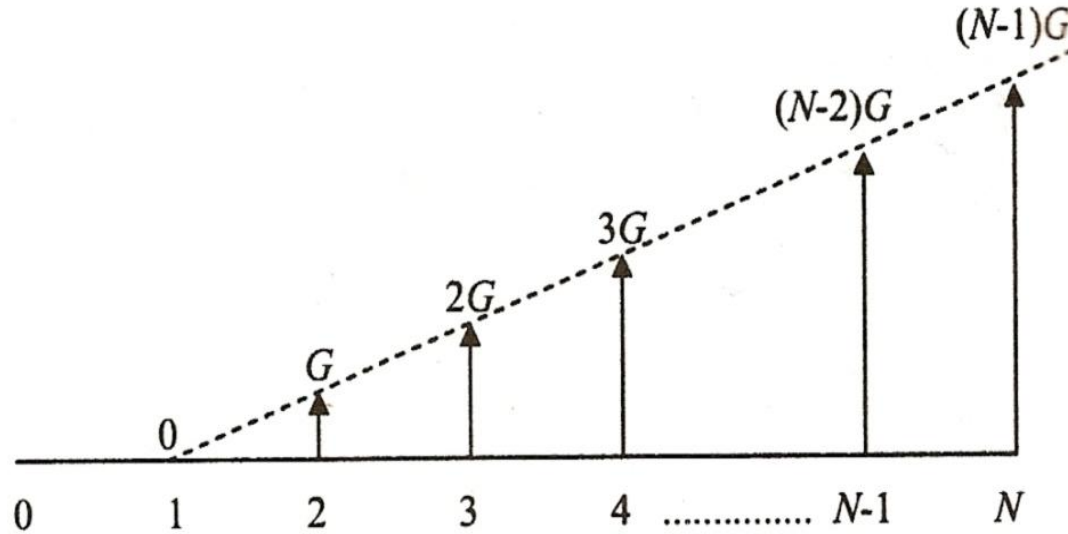
Doğrusal Artan/Azalan Ödemeli Nakit Akış Dizileri

- Dönemsel ödemelerin bir dönemden diğerine sabit miktarda, örneğin G kadar miktarda artış ya da azalış gösterdiği nakit akış dizileridir.
- Bu diziler için n . dönemdeki nakit akışı (A_n) :

$$A_n = (n-1)G$$

- Bu eşitlik birinci dönemdeki nakit akışının sıfır olduğu durumlar için geçerlidir.

Doğrusal Artan/Azalan Ödemeli Nakit Akış Dizileri

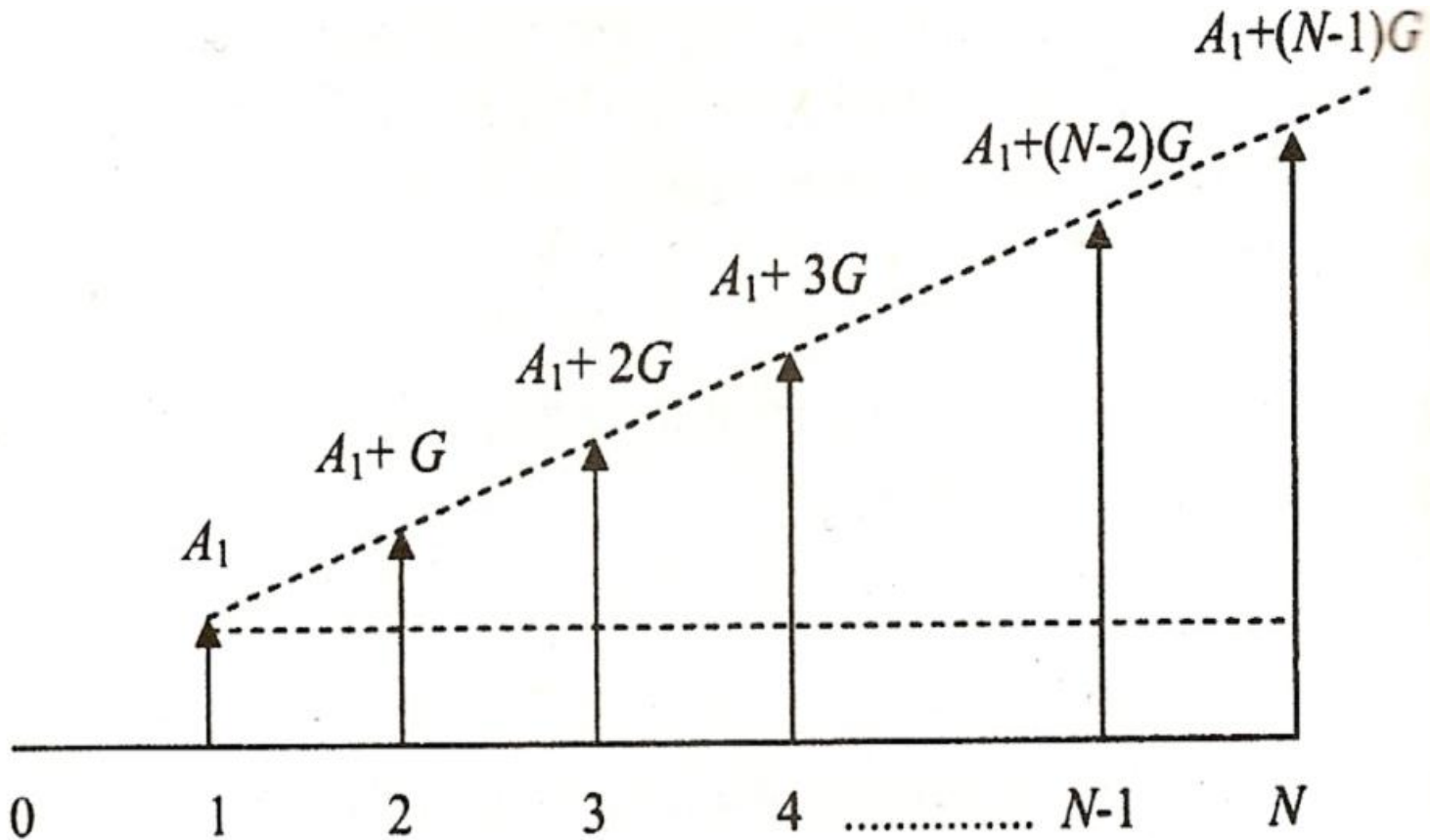


- Sabit değişim miktarını gösteren G değeri, pozitif bir değer alabileceği gibi negatif bir değer de olabilir.
- $G > 0$ ise dizi doğrusal artan ödemeli nakit akış dizisi
- $G < 0$ ise dizi doğrusal azalan ödemeli nakit akış dizisi

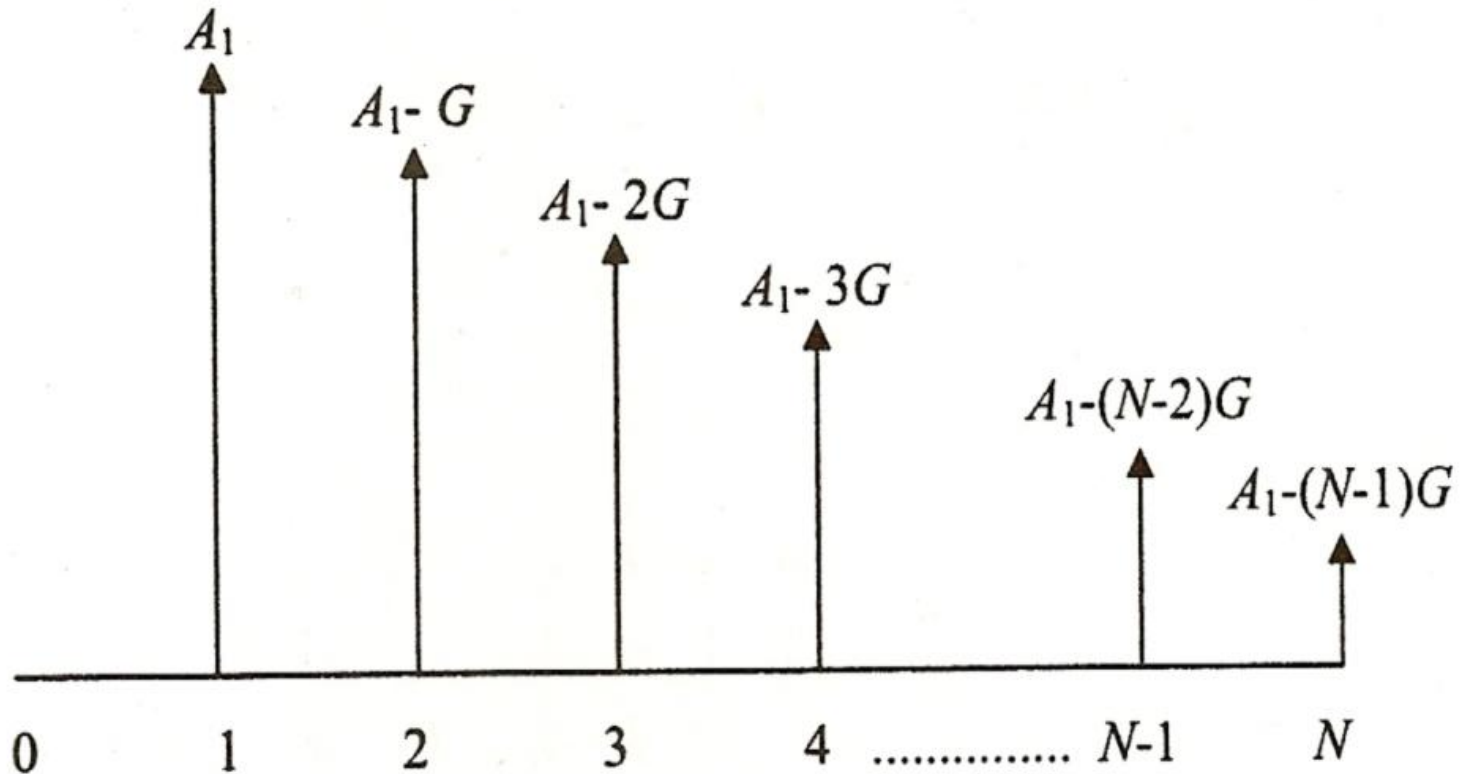
Doğrusal Artan/Azalan Ödemeli Nakit Akış Dizileri

- Birinci dönemde ödeme yapılmaması çok sık karşılaşılan bir durum değildir.
- Bu nedenle birinci dönemde belirli bir ödemenin olduğu ve izleyen dönemlerde, birinci dönemdeki nakit akışının her dönem sabit bir miktar arttırıldığı veya azaltıldığı nakit akış dizileri oluşturulmaktadır.

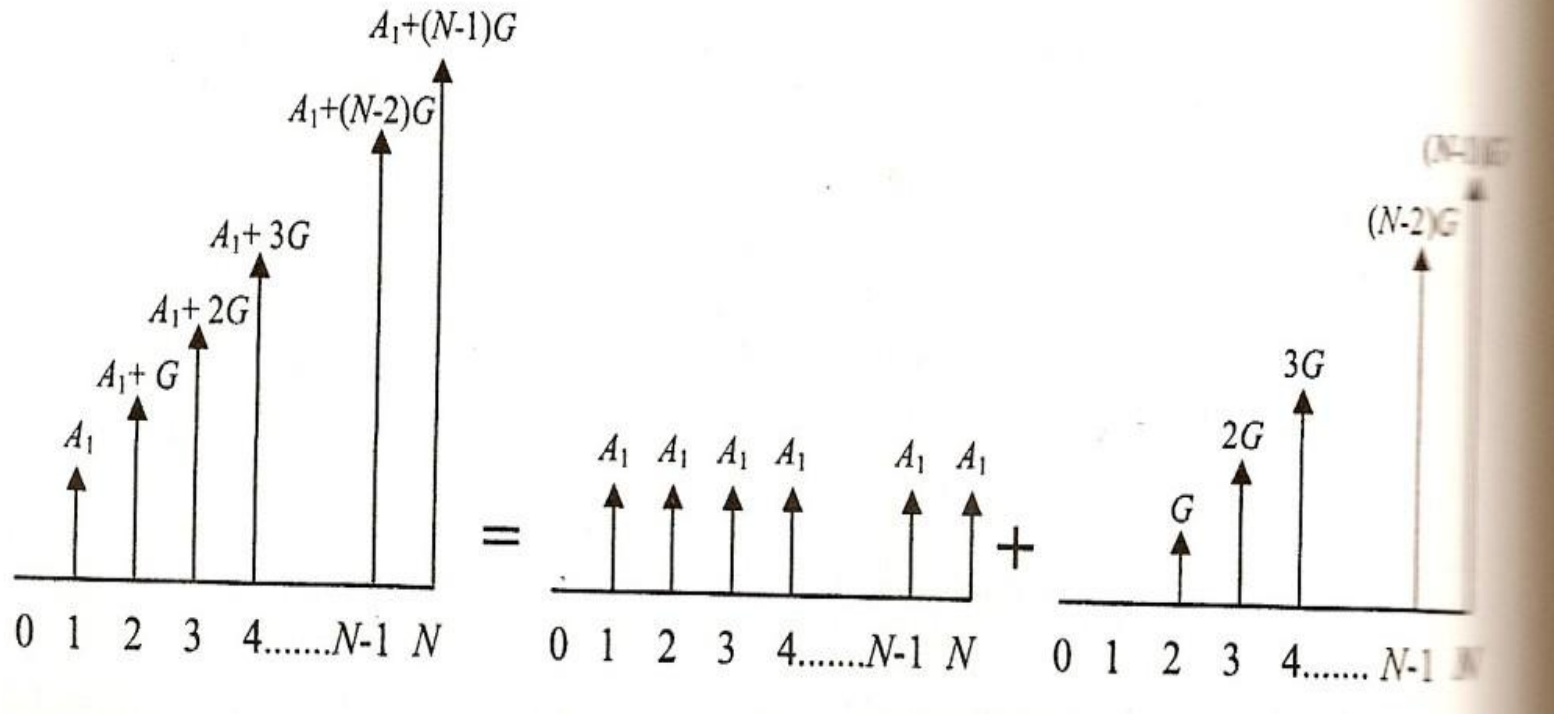
Doğrusal Artan/Azalan Ödemeli Nakit Akış Dizileri



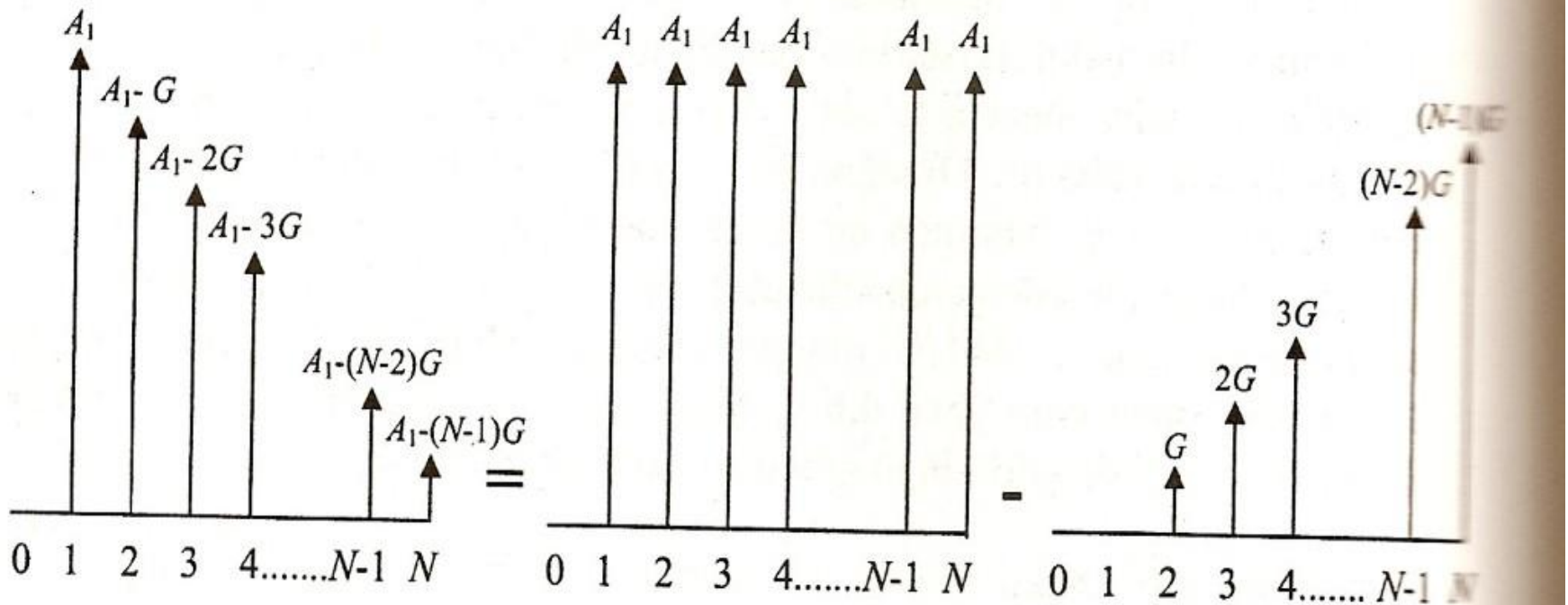
Doğrusal Artan/Azalan Ödemeli Nakit Akış Dizileri

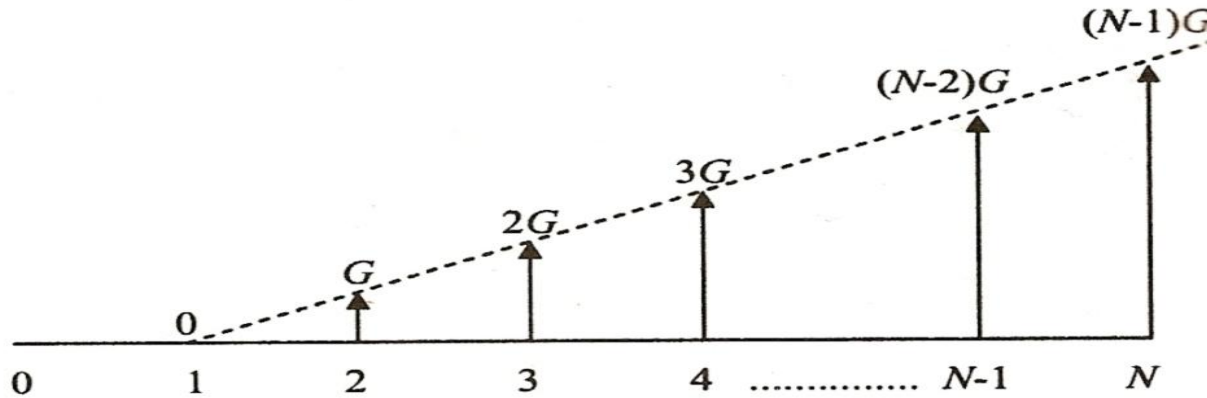


İlk Dönem Ödemesi Olan Doğrusal Artan Ödemeli Nakit Akış Dizisinin Eşleniğinin Bulunması



İlk Dönem Ödemesi Olan Doğrusal Azalan Ödemeli Nakit Akış Dizisinin Eşleniğinin Bulunması





- Yukarıdaki nakit akış dizisinin bugünkü değeri:

$$P = 0 + \frac{G}{(1+i)^2} + \frac{2G}{(1+i)^3} + \dots + \frac{(N-1)G}{(1+i)^N}$$

$$P = \frac{G}{(1+i)} \left[0 + \frac{1}{(1+i)} + \frac{2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{(N-1)}{(1+i)^{N-1}} \right]$$

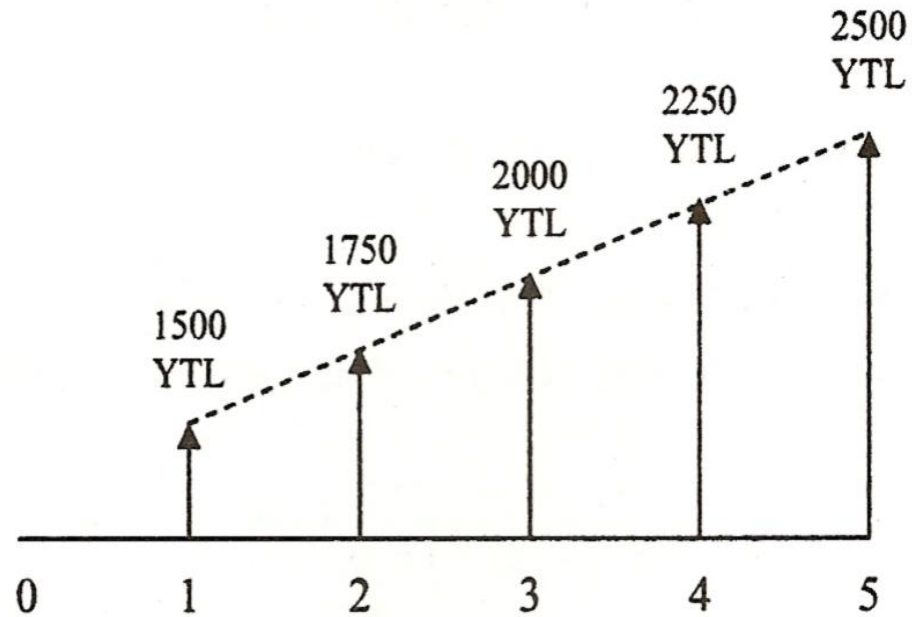
- Bir takım matematiksel dönüşümlerden sonra:

$$P = G \left[\frac{(1+i)^N - iN - 1}{i^2 (1+i)^N} \right]$$

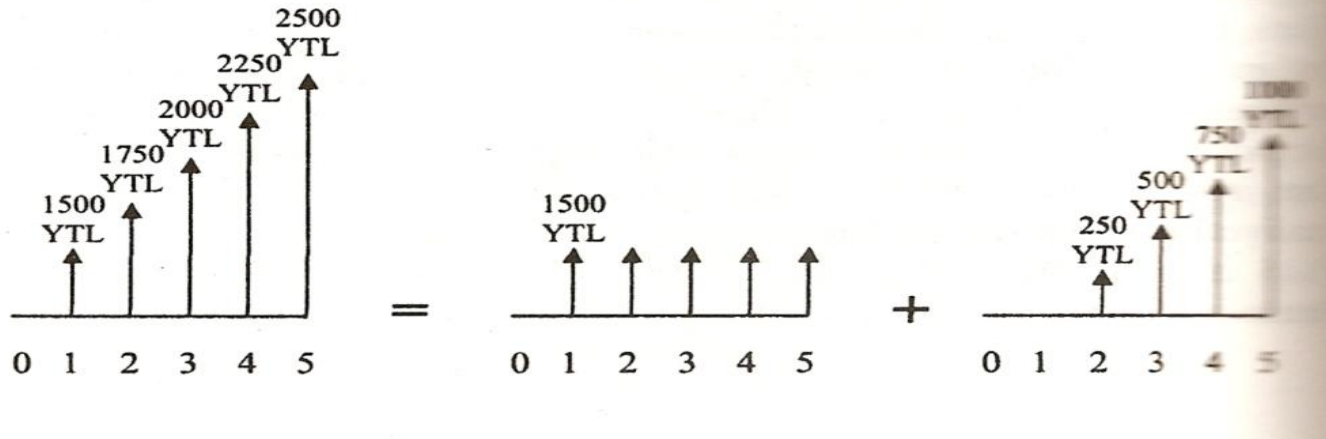
Örnek Problem

- Bir firma, üretim faaliyetlerinde kullanmak üzere yeni bir makina satın almıştır. Alınan makinanın 5 yıl kullanılması planlanmaktadır. Yeni makinanın, kullanılmaya başlandığı ilk yılın sonunda 1500 TL bakım maliyetine yol açacağı ve izleyen yıllarda da makinanın yaşının artmasından dolayı bakım maliyetlerinin her yıl için 250 TL artacağı öngörülmektedir. Firma bu bakım maliyetlerini karşılamak üzere bir miktar fon ayırmak istemektedir. Her yılın sonunda ortaya çıkacak bakım maliyetlerinin bu fondan karşılanması planlanmaktadır. Yıllık faiz oranının %15 olduğu düşünüldüğünde, firmanın bakım maliyetlerini karşılamak üzere bugün ne kadar fon ayırması gerektiğini bulunuz.

Örnek Problem



Örnek Problem



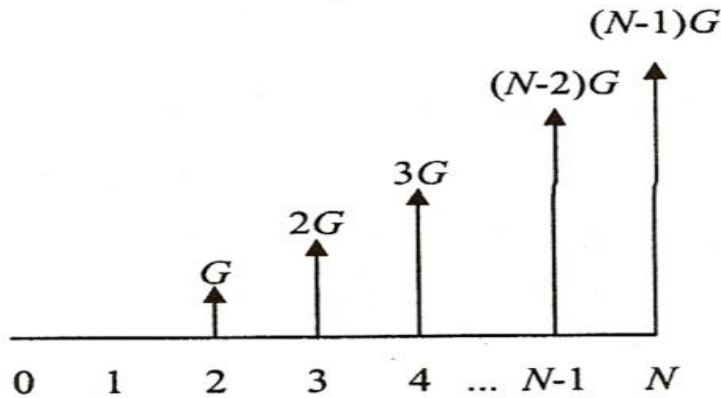
$$P = A_1 * \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i * (1+i)^N} \right] + G \left[\frac{(1+i)^N - iN - 1}{i^2 (1+i)^N} \right]$$

$$P = 1500 * \left[\frac{(1+0,15)^5 - 1}{0,15 * (1+0,15)^5} \right] + 250 \left[\frac{(1+0,15)^5 - 0,15 * 5 - 1}{0,15^2 (1+0,15)^5} \right]$$

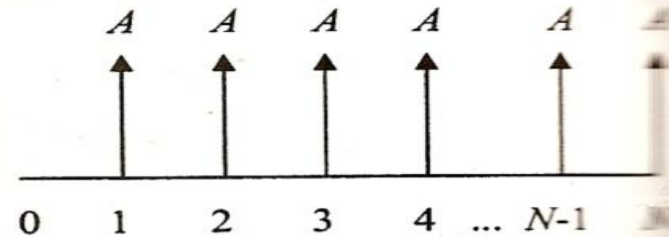
$$P = 6472,02 \text{ YTL}$$

Gelecek Değerin Bulunması

Doğrusal artan ödemeli
nakit akış dizisi



Eşdeğer eşit (uniform)
ödemeli nakit akış dizisi



$\equiv$

$$G \left[\frac{(1+i)^N - iN - 1}{i^2 (1+i)^N} \right] = A * \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i * (1+i)^N} \right]$$

Doğrusal artan ödemeli
nakit akış dizisinin
bugünkü değeri

Eşdeğer eşit (uniform)
ödemeli nakit akış dizisinin
bugünkü değeri

Gelecek Değerin Bulunması

$$F = A * \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right]$$

- A için bir önceki slaytta bulunan değer bir önceki derste verilen yukarıdaki formülde yerine yazıldığında:

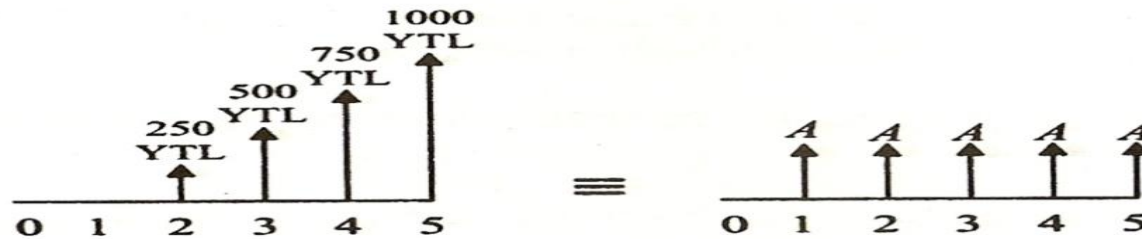
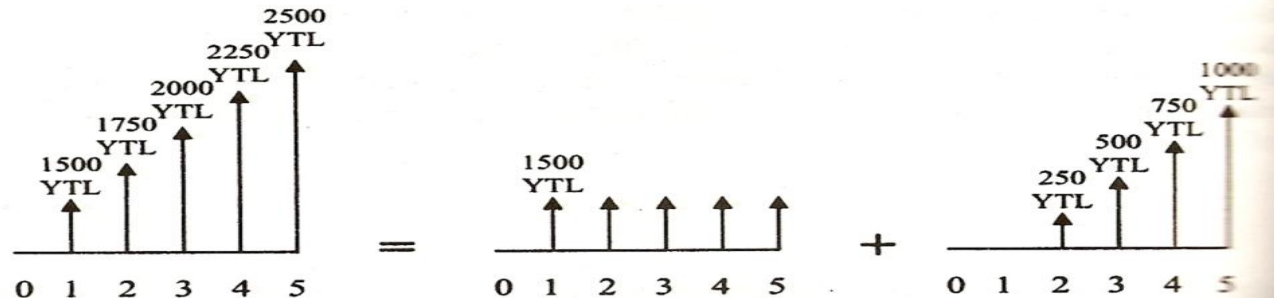
$$F = G \left[\frac{(1+i)^N - iN - 1}{i[(1+i)^N - 1]} \right] * \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right]$$

$$F = G \left[\frac{(1+i)^N - iN - 1}{i^2} \right]$$

Örnek Problem

- Bir önceki problemde ele alınan makinanın bakım faaliyetine ilişkin nakit akış dizisi için
 - Bu nakit akış dizisine eşdeğer olan eşit (Uniform) ödemeli nakit akış dizisini
 - Bu nakit akış dizisinin 5 yıl sonraki gelecek değerini bulunuz.

Örnek Problem



$$A = G \left[\frac{(1+i)^N - iN - 1}{i[(1+i)^N - 1]} \right]$$

$$A = 250 \left[\frac{(1+0,15)^5 - 0,15 * 5 - 1}{0,15[(1+0,15)^5 - 1]} \right] = 430,70 \text{ YTL}$$

$$A_{\text{eşdeğer}} = A_1 + A = 1500 + 430,70 = 1930,70 \text{ YTL}$$

Örnek Problem

$$F = F_1 + F_2$$

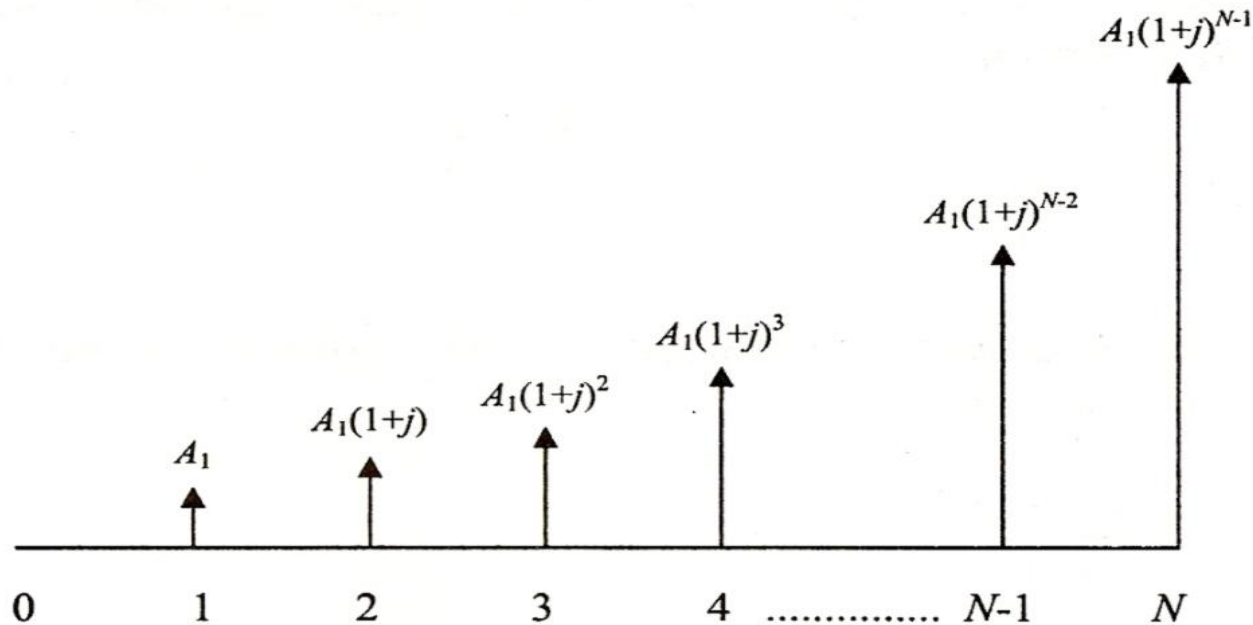
$$F = A_1 \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right] + G \left[\frac{(1+i)^N - iN - 1}{i^2} \right]$$

$$F = 1500 \left[\frac{(1+0,15)^5 - 1}{0,15} \right] + 250 \left[\frac{(1+0,15)^5 - 0,15 * 5 - 1}{0,15^2} \right]$$

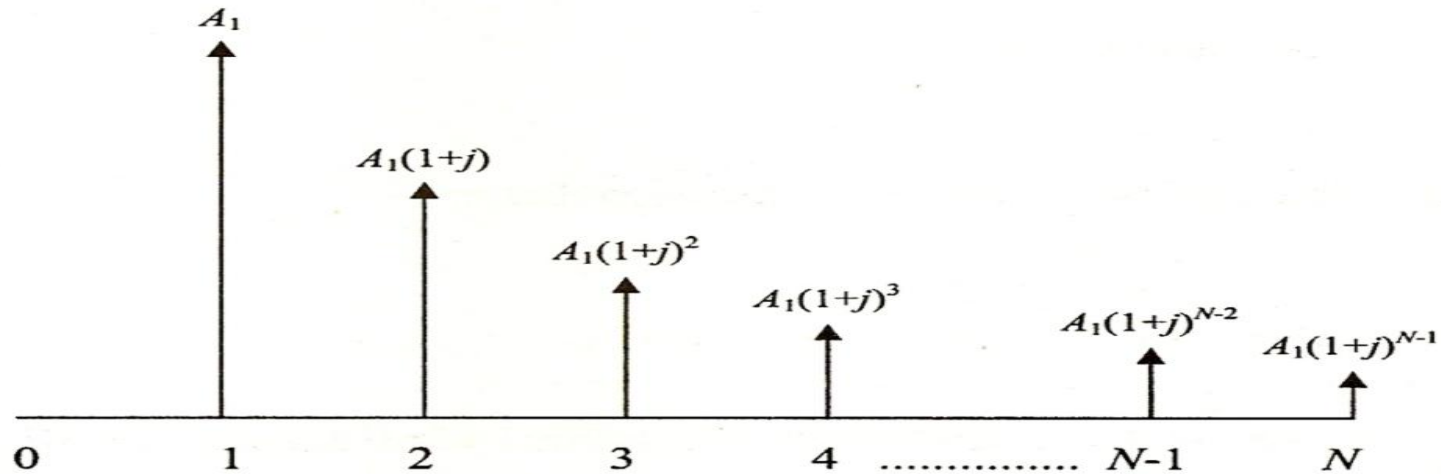
$$F = 13017,54 \text{ YTL}$$

Geometrik Artan/Azalan Nakit Akış Dizileri

- Bir dönemden diğerine, nakit akışlarının belli bir yüzde ile artış veya azalış gösterdiği dizilerdir.



Geometrik Artan/Azalan Nakit Akış Dizileri



$$A_n = A_1(1+j)^{n-1} \quad , n = 1, 2, \dots, N.$$

- Değişim yüzdesini gösteren j değeri, pozitif bir değer olabileceği gibi negatif bir değer de olabilir.
 - Eğer $j > 0$ ise dizi geometrik artan ödemeli nakit akış dizisi
 - Eğer $j < 0$ ise dizi geometrik azalan ödemeli nakit akış dizisi

Geometrik Artan/Azalan Nakit Akış Dizileri

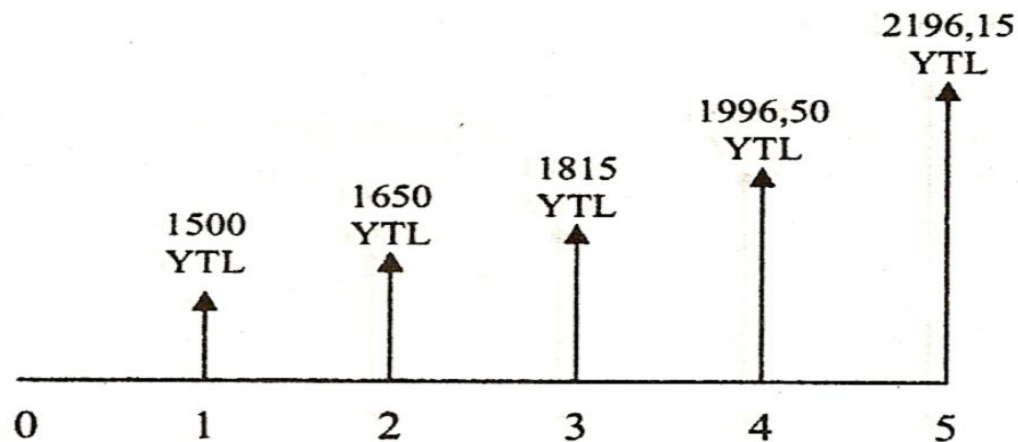
$$P = \begin{cases} A_1 \left[\frac{1 - (1+j)^N (1+i)^{-N}}{i - j} \right], & \text{Eğer } i \neq j \text{ ise} \\ \frac{NA_1}{(1+i)}, & \text{Eğer } i = j \text{ ise} \end{cases}$$

Örnek Problem

- Yeni alınan bir makinanın kullanıma başlandığı ilk yılda $A_1=1500$ TL bakım maliyetine yol açtığı ve her yıl bakım maliyetlerinin bir önceki yıla göre %10 artış gösterdiği varsayıldığında bakım faaliyetine ait nakit akışlarının bugünkü değeri ne olacaktır? ($N=5$ ve $i=\%15$).

Örnek Problem

Yıl	Bakım Maliyetleri (YTL)
1	1500
2	$1500(1+0,10) = 1650$
3	$1500(1+0,10)^2 = 1815$
4	$1500(1+0,10)^3 = 1996,50$
5	$1500(1+0,10)^4 = 2196,15$



Örnek Problem

$$P = A_1 \left[\frac{1 - (1 + j)^N (1 + i)^{-N}}{i - j} \right]$$

$$P = 1500 \left[\frac{1 - (1 + 0,10)^5 (1 + 0,15)^{-5}}{0,15 - 0,10} \right]$$

$$P = 5978,76 \text{ YTL}$$

Gelecek Değerin Bulunması

$$F = \begin{cases} A_1 \left[\frac{(1+i)^N - (1+j)^N}{i-j} \right], & \text{Eğer } i \neq j \text{ ise} \\ NA_1 (1+i)^{N-1}, & \text{Eğer } i = j \text{ ise} \end{cases}$$

Örnek Problem

- Yeni alınan bir makinanın kullanıma başlandığı ilk yılda $A_1=1500$ TL bakım maliyetine yol açtığı ve her yıl bakım maliyetlerinin bir önceki yıla göre %10 artış gösterdiği durumda ortaya çıkan geometrik artan ödemeli nakit akış dizisinin 5. yıl sonundaki gelecek değerini bulunuz. ($i=\%15$).

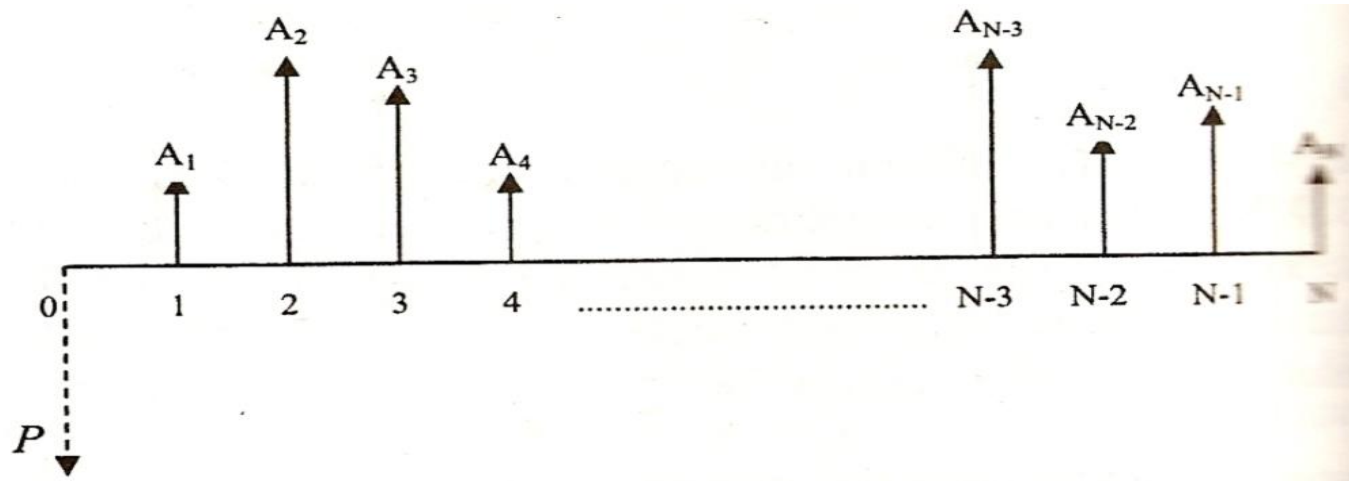
Örnek Problem

$$F = A_1 \left[\frac{(1+i)^N - (1+j)^N}{i-j} \right]$$

$$F = 1500 \left[\frac{(1+0,15)^5 - (1+0,10)^5}{0,15 - 0,10} \right]$$

$$F = 12025,42 \text{ YTL}$$

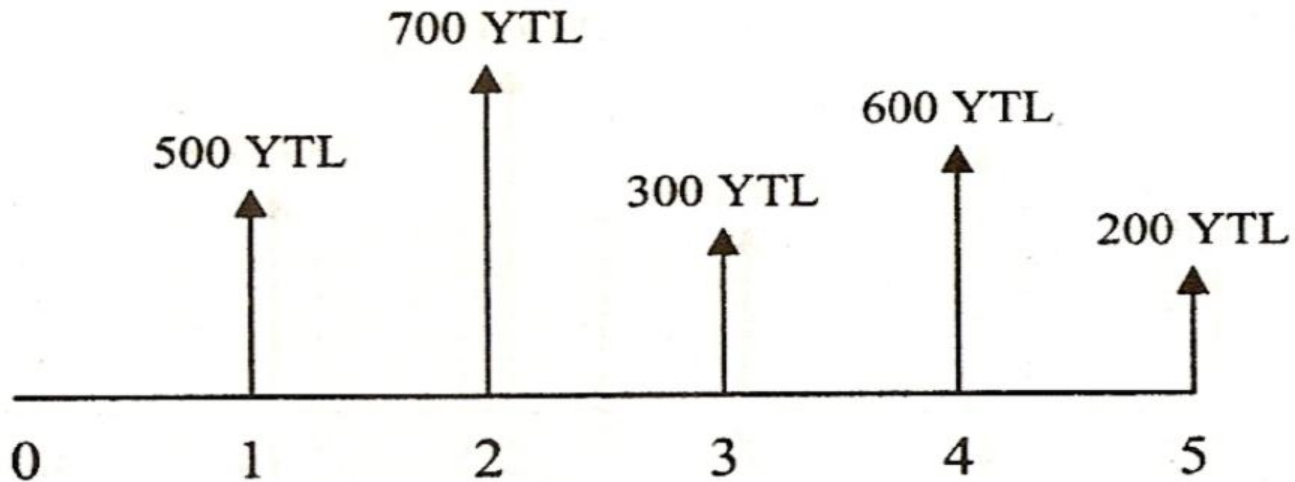
Düzensiz Ödemeli Nakit Akış Dizileri



- Nakit akışlarının bugünkü değeri, her bir nakit akışının ayrı ayrı bugünkü değerlerinin toplanması ile bulunur.

Örnek Problem

- Aşağıdaki nakit akış dizisinin bugünkü değerini ve 5. yıl sonundaki gelecek değerini $i=10\%$ alarak bulunuz .



Örnek Problem

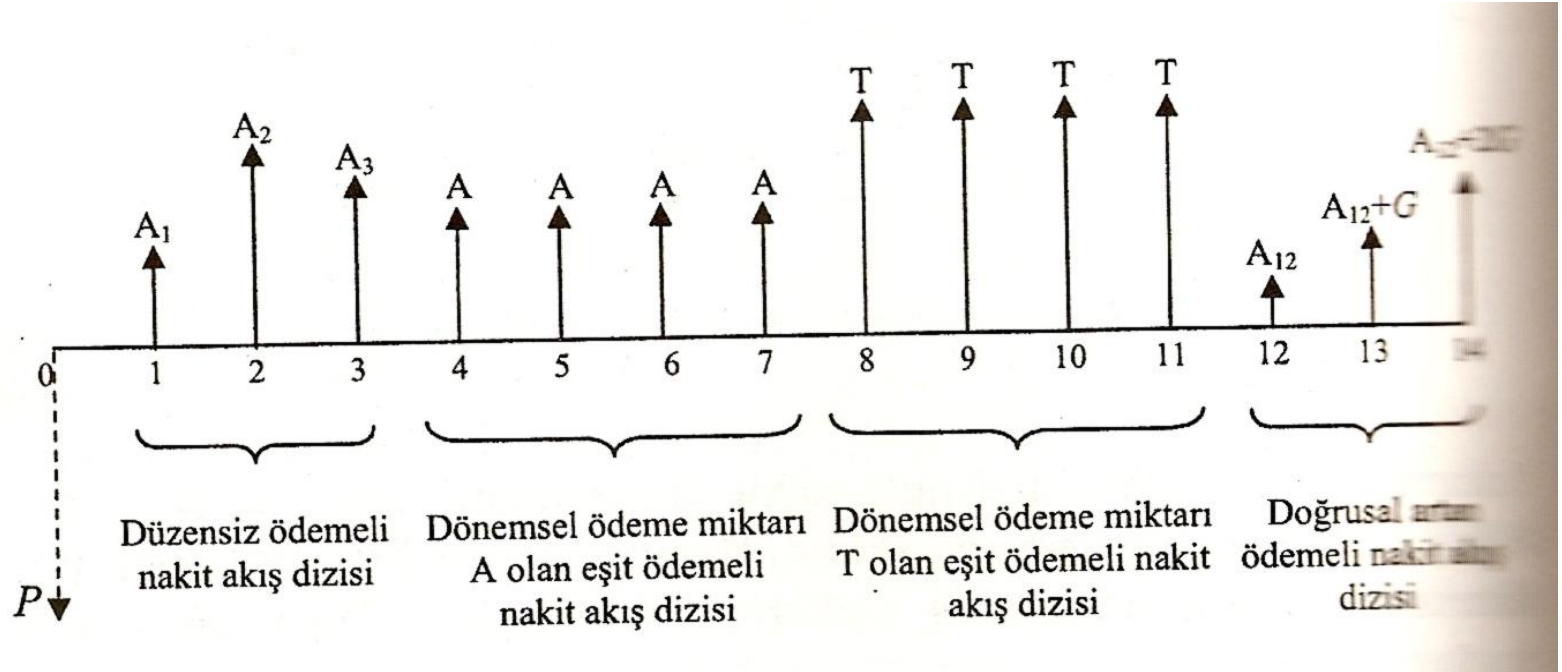
$$P = 0 + \frac{500}{(1 + 0,10)^1} + \frac{700}{(1 + 0,10)^2} + \frac{300}{(1 + 0,10)^3} + \frac{600}{(1 + 0,10)^4} + \frac{200}{(1 + 0,10)^5}$$

$$P = 1792,44 \text{ YTL}$$

$$F = 0 * (1 + 0,10)^5 + 500 * (1 + 0,10)^4 + 700 * (1 + 0,10)^3 + 300 * (1 + 0,10)^2 + 600 * (1 + 0,10)^1 + 200 * (1 + 0,10)^0$$

$$F = 2886,75 \text{ YTL}$$

Karma Nakit Akış Dizileri



- Şekildeki karma nakit akış dizisinin bugünkü ve gelecek değerlerinin bulunabilmesi için şekilde belirtilen 4 ayrı nakit akış tipinin her birinin ayrı ayrı bugünkü ve gelecek değerlerinin bulunması ve bunların toplanması gerekir.

Örnek Problem

%25 faiz oranı ve $N=10$ yıl için aşağıdaki soruları cevaplayınız:

- İlk yıl 10 bin lira olan ve her yıl 3 bin lira artan bir ödemenin gelecek değeri nedir?
- İlk yıl 40 bin lira olan ve her yıl %5 azalan çevre giderlerinin bugünkü değeri nedir?
- a şıkkında verilen nakit akış dizisine eşdeğer olan eşit ödemeli nakit akış dizisini bulunuz.