

END 2124

**UYGULAMALI MÜHENDİSLİK
EKONOMİSİ**

**BELİRSİZLİK VE RİSK ALTINDA
YATIRIM KARARLARI VE PROJE
DEĞERLENDİRME YÖNTEMLERİ**

Proje Riski ve Belirsizliği

- Geleceğin belirsizliklerle ve risklerle dolu olması sebebiyle, *proje alternatiflerine ilişkin değerlerin önceden doğru ve sapmasız olarak tahmin edilmesi hemen hemen imkansızdır.*
- Karar vericinin, belirsizlik ve risk olgusu sebebiyle gelecekte oluşacak değerleri tahmin ederken yapacağı hatalar, projenin geri dönüşünü ve karlılığını da doğrudan etkilemektedir.

Proje Riski ve Belirsizliği

- Proje riski ve belirsizliği denildiğinde, proje hedeflerinden birinin veya birkaçının olumlu ya da olumsuz olarak etkilenmesine yol açan, proje parametrelerinin tahmin edilen değerlerindeki olası sapmalar anlaşılmalıdır.
- Belirsizlik ve risk kavramları, temelde birbirine yakın anlamlar içerseler de bu kavramların ayrı ayrı tanımlanması ve ele alınması gerekir.

Proje Riski ve Belirsizliği

- *Belirsizlik* durumunda, projelere ilişkin parametrelerin gelecekte farklı değerler alabilecekleri öngörülmekte, ancak bu değerlerin hangi olasılıklarla ortaya çıkacağı bilinmemektedir.
- *Risk* durumunda ise projeye ilişkin parametrelerin hangi değerleri hangi olasılıklarla alacakları tam olarak bilinmektedir.

Proje Riski ve Belirsizliği

- Belirsizlik ve riskin yüksek olduğu ortamlarda, projelere ait nakit girişleri, nakit çıkışları, proje bitiş zamanı, iskonto oranı gibi parametreler, projenin yaşam döngüsü boyunca değişmektedir.
- Bu nedenle, projelerin net bugünkü değerlerinin bulunmasında kullanılan bu parametreler tahmin edilirken, *her bir parametreye ilişkin muhtemel değerler belirli olasılıklarla tahmin edilmeye çalışılmalıdır.*

Proje Riski ve Belirsizliği

- Her bir parametrenin, tek bir değer yerine belirli bir olasılık dağılımı ile belirlenmesi sonucu, parametrelerin olası tüm kombinasyonları için farklı net bugünkü değerler elde edilmiş olacaktır.
- Örneğin, projeye ilişkin net nakit akışlarının bir olasılık dağılımı ile belirlendiği durumda, her bir nakit akışı için ayrı bir net bugünkü değer hesaplanacaktır

Proje Riski Belirlemede Olasılık Analizi

- Olasılık analizi, belirsizlik ve risk içeren bir parametrenin muhtemel değişim aralığını ve bu aralık içindeki olasılık dağılımını belirlemeyi amaçlayan bir analiz tekniğidir.
- Bu analizde, projenin karlılığını etkileyen parametreler sabit bir değer olarak değil bir değişim aralığına ve bu aralıkta bir olasılık dağılımına sahip *rasgele değişkenler* olarak alınmaktadır.

Proje Riskinin Ölçülmesinde Kullanılan Kriterler

- Proje riskinin ölçülmesinde aşağıdaki kriterler kullanılır:
 - ✓ Beklenen Değer Kriteri
 - ✓ Standart Sapma Kriteri
 - ✓ Varyasyon (Değişim) Katsayısı Kriteri

Beklenen Değer Kriteri

- Proje önerisinin olasılık dağılımı ile belirlenen net bugünkü değerinin beklenen değerini bulmayı ve bu sayede proje riskini ölçmeyi amaçlamaktadır.
- Proje önerisinin net bugünkü değeri NBD kesikli rasgele değişkeni olarak tanımlandığında, beklenen net bugünkü değer $E(NBD)$ şöyle bulunur:

- $$E(NBD) = \sum_{i=1}^n NBD_i f(NBD_i)$$

NBD_i = Proje önerisine ait net bugünkü değerlerden her birini,
($i=1, 2, \dots, n$)

$f(NBD_i)$ = Proje önerisinin net bugünkü değerinin, NBD_i
değerini alma olasılığını

Beklenen Değer Kriteri

- Eğer bulunan değer negatif ise, varyans ya da standart sapma hesaplamaya gerek kalmadan, projenin çok riskli bir proje olduğunu söylemek mümkündür.
- *Net bugünkü değer pozitif bulunması, projenin düşük riskli olduğu sonucunu doğurmaz.*
- Her ne kadar net bugünkü değer beklenen değeri pozitif olsa da net bugünkü değer varyansı ve standart sapması hesaplanmadan proje riski hakkında kesin bir yargıya ulaşmak mümkün değildir.

Örnek Problem - 1

- A projesinin net bugünkü değerinin aşağıdaki gibi bir dağılım gösterdiğini varsayarak, projenin beklenen net bugünkü değerini belirleyiniz.

NBD_i (YTL)	$f(NBD_i)$
-100.000	0,10
-50.000	0,20
100.000	0,30
150.000	0,25
200.000	0,15

$$E(NBD) = (-100.000) * 0,10 + (-50.000) * 0,20 + 100.000 * 0,30 \\ + 150.000 * 0,25 + 200.000 * 0,15$$

$$E(NBD) = 77.500 \text{ YTL}$$

Örnek Problem - 2

- X ve Y projelerinin net bugünkü değerlerinin aşağıdaki gibi bir dağılım gösterdiğini varsayalım.

$f(NBD_i)$		
NBD_i (YTL)	X PROJESİ	Y PROJESİ
100.000	0,10	0,15
150.000	0,20	0,25
200.000	0,35	0,30
250.000	0,25	0,10
300.000	0,10	0,20

- Buna göre X ve Y projelerinin beklenen net bugünkü değerlerini bulunuz.

Örnek Problem - 2

- X projesinin beklenen net bugünkü değeri:

$$E(NBD)_X = 100.000 * 0,10 + 150.000 * 0,20 + \dots + 300.000 * 0,10$$

$$E(NBD)_X = 202.500 \text{ YTL}$$

- Y projesinin beklenen net bugünkü değeri:

$$E(NBD)_Y = 100.000 * 0,15 + 150.000 * 0,25 + \dots + 300.000 * 0,20$$

$$E(NBD)_Y = 197.500 \text{ YTL}$$

Örnek Problem - 2

- X projesinin beklenen net bugünkü değeri Y projesinden daha yüksektir.
- Projelerin standart sapmaları hesaplanmadan Y projesinin daha riskli bir proje olduğunu söylemek doğru değildir.
- İki farklı proje önerisinin net bugünkü değerlerinin standart sapmaları eşit olduğunda, projelerin net bugünkü değerleri, hangi projenin daha riskli olduğunun belirlenmesinde kullanılabilir.

Standart Sapma Kriteri

- Proje önerilerinin risklerinin ölçülmesinde en yaygın kullanılan kriter standart sapma kriteridir.
- Ancak, proje riski hakkında kesin bir yargıya ulaşmak için projenin beklenen net bugünkü değerinin de belirlenmesinde yarar vardır.
- Bir proje önerisinin net bugünkü değerinin varyansı şöyle bulunur:
- $$Var(NBD) = \sum_{i=1}^n [NBD_i - E(NBD)]^2 f(NBD_i)$$
- Standart sapması ise şu eşitlikle bulunur:

$$\sigma_{NBD} = \sqrt{Var(NBD)}$$

Örnek Problem - 1

- A projesinin net bugünkü değerinin aşağıdaki gibi bir dağılım gösterdiğini varsayarak, projenin net bugünkü değerinin standart sapmasını belirleyiniz.

NBD_i (YTL)	$f(NBD_i)$
-100.000	0,10
-50.000	0,20
100.000	0,30
150.000	0,25
200.000	0,15

Örnek Problem - 1

$$\begin{aligned} Var(NBD) = & (-100.000 - 77.500)^2 * 0,10 + (-50.000 - 77.500)^2 * 0,20 \\ & + (100.000 - 77.500)^2 * 0,30 + (150.000 - 77.500)^2 * 0,25 \\ & + (200.000 - 77.500)^2 * 0,15 \end{aligned}$$

$$\sigma_{NBD} = \sqrt{Var(NBD)} = \sqrt{10.118.750.000} = 100.592 \text{ YTL}$$

- A projesinin beklenen net bugünkü değeri daha önce 77.500 TL olarak bulunmuştu. Yukarıda belirlenen standart sapma ile projenin negatif net bugünkü değere sahip olma olasılığı vardır.
- Bu nedenle bu projenin riskli bir proje olduğunu söylemek mümkündür.

Örnek Problem - 2

- X ve Y projelerinin net bugünkü değerlerinin aşağıdaki gibi bir dağılım gösterdiğini varsayalım.

$f(NBD_i)$		
NBD_i (YTL)	X PROJESİ	Y PROJESİ
100.000	0,10	0,15
150.000	0,20	0,25
200.000	0,35	0,30
250.000	0,25	0,10
300.000	0,10	0,20

- Buna göre X ve Y projelerinin net bugünkü değerlerinin standart sapmalarını bulunuz.

Örnek Problem - 2

$$(\sigma_{NBD})_X = \sqrt{[Var(NBD)]_X} = \sqrt{(100.000 - 202.500)^2 * 0,10 + \dots + (300.000 - 202.500)^2 * 0,10}$$

$$(\sigma_{NBD})_X = \sqrt{[Var(NBD)]_X} = \sqrt{3.118.750.000} = 55.846 \text{ YTL}$$

$$(\sigma_{NBD})_Y = \sqrt{[Var(NBD)]_Y} = \sqrt{(100.000 - 197.500)^2 * 0,15 + \dots + (300.000 - 197.500)^2 * 0,20}$$

$$(\sigma_{NBD})_Y = \sqrt{[Var(NBD)]_Y} = \sqrt{4.368.750.000} = 66.097 \text{ YTL}$$

- Bu sonuçlara göre beklenen net bugünkü değeri daha yüksek bulunan X projesinin net bugünkü değerinin standart sapması Y projesinden daha düşüktür. Bu nedenle X projesinin daha az riskli olduğu söylenebilir.

Standart Sapma Kriteri

- Sadece net bugünkü değerlerin standart sapmalarına bakılarak doğru bir karar verilebilmesi için proje önerilerinin beklenen net bugünkü değerlerinin eşit olduğunun bilinmesi gerekir.
- Bu durum sağlanıyorsa, net bugünkü değerinin standart sapması daha küçük olan proje daha az riskli olan proje olacaktır.

Varyasyon (Değişim) Katsayısı Kriteri

- Bir proje önerisine ait varyasyon katsayısı (VK), projenin net bugünkü değerinin standart sapmasının, beklenen değerine oranı olarak tanımlanır ve matematiksel olarak şöyle ifade edilir:

$$VK = \frac{\sigma_{NBD}}{E(NBD)}$$

- Bir proje önerisine ait varyasyon katsayısı, projenin beklenen net bugünkü değerinin her biriminin ne kadar sapabileceğini göstermektedir.
- Dolayısıyla bir projenin varyasyon katsayısı ne kadar küçük ise proje önerisi o kadar az risklidir.

Örnek Problem

- Beklenen net bugünkü değerleri ve net bugünkü değerlerinin standart sapmaları daha önceki bölümlerde bulunan X ve Y projelerinin varyasyon katsayılarını bulunuz.

$$VK_X = \frac{(\sigma_{NBD})_X}{E(NBD)_X} = \frac{55.846}{202.500} = 0,28$$

$$VK_Y = \frac{(\sigma_{NBD})_Y}{E(NBD)_Y} = \frac{66.097}{197.500} = 0,33$$

- Bu sonuçlara göre, daha düşük varyasyon katsayısına sahip olan X projesinin daha az riskli olduğunu söylememiz mümkündür.

Risk Altında Yatırım Projelerinin Değerlendirilmesinde Kullanılan Yöntemler

- Risk altında yatırım projelerinin değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler, proje riskinin değerlendirme sürecine dahil edilme şekline göre iki ana sınıfa ayrılır:
 - ✓ Olasılık Dağılımlarını Dikkate Almayan Proje Değerlendirme Yöntemleri
 - ✓ Olasılık Dağılımlarını Dikkate Alan Proje Değerlendirme Yöntemleri
- Burada olasılık dağılımlarını dikkate alan yöntemlerden biri olan *Beklenen Net Bugünkü Değer Yöntemi* üzerinde durulacaktır.

Beklenen Net Bugünkü Değer Yöntemi

- Beklenen net bugünkü değer yöntemi ile riskli projeler değerlendirilirken izlenen süreç şu şekildedir:
 - ✓ Bir projenin ekonomik ömrü boyunca her dönem olması beklenen net nakit akışları, tek bir değer yerine belirli bir değişim aralığına sahip olasılık dağılımlarıyla tahmin edilir.
 - ✓ Her dönem için beklenen net nakit akışları belirlenir.

$$E_t(A) = \sum_{i=1}^m A_{it} f(A_{it}) \quad \begin{array}{l} t=0, 1, \dots, n \\ i=1, 2, \dots, m \end{array}$$

Beklenen Net Bugünkü Değer Yöntemi

- ✓ Her döneme ait beklenen net nakit akışları, risk içermeyen iskonto oranı ile bugüne indirgenip toplanarak, yatırım projesinin beklenen net bugünkü değeri bulunur.

$$E(NBD) = \sum_{t=0}^n \frac{E_t(A)}{(1 + i_{risksiz})^t}$$

- ✓ Projenin net bugünkü değerinin standart sapması ve varyasyon katsayısı hesaplanır.

Beklenen Net Bugünkü Değer Yöntemi

$$S_t^2 = \sum_{i=1}^m [A_{it} - E(A_t)]^2 f(A_{it}) \quad t=0, 1, \dots, n$$

$$S_t = \sqrt{S_t^2} \quad t=0, 1, \dots, n$$

$$\sigma_{NBD} = \sqrt{\sum_{t=0}^n \frac{S_t^2}{(1 + i_{risksiz})^{2t}}$$

$$VK = \frac{\sigma_{NBD}}{E(NBD)}$$

Beklenen Net Bugünkü Değer Yöntemi

- ✓ Projenin net bugünkü değeri X rasgele değişkeni ile gösterildiğinde normal dağılım aşağıdaki gibi gösterilir:

$$X \sim N[E(NBD), \sigma_{NBD}^2]$$

- ✓ Projenin net bugünkü değerini gösteren X rasgele değişkeninin belirli bir değerin altında ya da üstünde olma olasılığının bulunabilmesi için X rasgele değişkeninin dağılımı, standart normal dağılıma dönüştürülür.

$$Z = \frac{X - E(NBD)}{\sigma_{NBD}}$$

Beklenen Net Bugünkü Değer Yöntemi

- ✓ Projenin net bugünkü değerini gösteren X rasgele değişkeninin herhangi bir x değerinden küçük veya eşit olması olasılığı bulunurken, hem X rasgele değişkeni hem de x değeri standardize edilir.

$$P(X \leq x) = P\left(\frac{X - E(NBD)}{\sigma_{NBD}} \leq \frac{x - E(NBD)}{\sigma_{NBD}}\right) = P(Z \leq z)$$

- ✓ $P(Z \leq z)$ olasılığının değeri, kümülatif standart normal dağılım tabloları yardımıyla belirlenir.
- ✓ Bu olasılık değeri, projenin net bugünkü değerinin belirli bir x değerinin altında kalması olasılığını göstermektedir.

Örnek Problem

- Yatırım tutarı 200.000 TL ve ekonomik ömrü 5 yıl olarak planlanan bir yatırım projesinin, ekonomik ömrü boyunca sağlaması beklenen net nakit akışları aşağıdaki tabloda görüldüğü şekilde tahmin edilmiştir.

1.yıl		2.yıl		3.yıl		4.yıl		5.yıl	
A_{i1}	$f(A_{i1})$	A_{i2}	$f(A_{i2})$	A_{i3}	$f(A_{i3})$	A_{i4}	$f(A_{i4})$	A_{i5}	$f(A_{i5})$
20.000	0,20	30.000	0,30	50.000	0,10	60.000	0,15	60.000	0,20
30.000	0,30	40.000	0,20	60.000	0,40	70.000	0,25	80.000	0,25
40.000	0,35	50.000	0,20	70.000	0,30	80.000	0,45	90.000	0,25
50.000	0,15	60.000	0,30	80.000	0,20	90.000	0,15	95.000	0,30

- Risk içermeyen iskonto oranının %10 olarak alınması durumunda, bu yatırım projesini ve proje riskliliğini beklenen net bugünkü değer yöntemine göre değerlendiriniz.

Örnek Problem

- Belirlenen yatırım tutarının %100 olasılık ile gerçekleşeceği varsayılmıştır. Buna göre:

$$E_0(A) = -200.000 * 1.00 = -200.000 \text{ YTL}$$

- Diğer yıllara ilişkin beklenen net nakit akışı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$E_t(A) = \sum_{i=1}^m A_{it} f(A_{it})$$

$$E_1(A) = 20.000(0,20) + 30.000(0,30) + 40.000(0,35) + 50.000(0,15)$$
$$E_1(A) = 34.500 \text{ YTL}$$

$$E_2(A) = 30.000(0,30) + 40.000(0,20) + 50.000(0,20) + 60.000(0,30)$$
$$E_2(A) = 45.000 \text{ YTL}$$

$$E_3(A) = 50.000(0,10) + 60.000(0,40) + 70.000(0,30) + 80.000(0,20)$$
$$E_3(A) = 66.000 \text{ YTL}$$

$$E_4(A) = 60.000(0,15) + 70.000(0,25) + 80.000(0,45) + 90.000(0,15)$$
$$E_4(A) = 76.000 \text{ YTL}$$

$$E_5(A) = 60.000(0,20) + 80.000(0,25) + 90.000(0,25) + 95.000(0,30)$$
$$E_5(A) = 83.000 \text{ YTL}$$

Örnek Problem

- Her döneme ait beklenen net nakit akışları, risk içermeyen iskonto oranı ile bugüne indirgenip toplanarak, yatırım projesinin beklenen net bugünkü değeri bulunur.

$$E(NBD) = \frac{-200.000}{(1+0,10)^0} + \frac{34.500}{(1+0,10)^1} + \frac{45.000}{(1+0,10)^2} + \frac{66.000}{(1+0,10)^3} + \frac{76.000}{(1+0,10)^4} + \frac{83.000}{(1+0,10)^5}$$

$$E(NBD) = 21.586 \text{ YTL}$$

- Her döneme ait net nakit akışlarının standart sapması izleyen slaytta gösterildiği gibi bulunur.

$$S_t = \sqrt{S_t^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^m [A_{it} - E(A_t)]^2 f(A_{it})} \quad t=0, 1, \dots, n$$

$$S_0 = \sqrt{[-200.000 - (-200.000)]^2 (1,00)} = 0$$

$$S_1 = \sqrt{(20.000 - 34.500)^2 (0,20) + (30.000 - 34.500)^2 (0,30) + (40.000 - 34.500)^2 (0,35) + (50.000 - 34.500)^2 (0,15)} = 9734 \text{ YTL}$$

$$S_2 = \sqrt{(30.000 - 45.000)^2 (0,30) + (40.000 - 45.000)^2 (0,20) + (50.000 - 45.000)^2 (0,20) + (60.000 - 45.000)^2 (0,30)} = 12.042 \text{ YTL}$$

$$S_3 = \sqrt{(50.000 - 66.000)^2 (0,10) + (60.000 - 66.000)^2 (0,40) + (70.000 - 66.000)^2 (0,30) + (80.000 - 66.000)^2 (0,20)} = 9165 \text{ YTL}$$

$$S_4 = \sqrt{(60.000 - 76.000)^2 (0,15) + (70.000 - 76.000)^2 (0,25) + (80.000 - 76.000)^2 (0,45) + (90.000 - 76.000)^2 (0,15)} = 9165 \text{ YTL}$$

$$S_5 = \sqrt{(60.000 - 83.000)^2 (0,20) + (80.000 - 83.000)^2 (0,25) + (90.000 - 83.000)^2 (0,25) + (95.000 - 83.000)^2 (0,30)} = 12.787 \text{ YTL}$$

Örnek Problem

- Projenin net bugünkü değerinin standart sapması:

$$\sigma_{NBD} = \sqrt{\sum_{t=0}^5 \frac{S_t^2}{(1+0,10)^{2t}}} = \sqrt{\frac{0}{(1+0,10)^0} + \frac{9734^2}{(1+0,10)^2} + \frac{12.042^2}{(1+0,10)^4} + \frac{9165^2}{(1+0,10)^6} + \frac{9165^2}{(1+0,10)^8} + \frac{12.787^2}{(1+0,10)^{10}}}$$

$$\sigma_{NBD} = 18.083 \text{ YTL}$$

- Projenin varyasyon katsayısı:

$$VK = \frac{\sigma_{NBD}}{E(NBD)} = \frac{18.083}{21.586} = 0,84$$

Örnek Problem

- Karar vericinin ele aldığımız proje önerisinden hedeflediği karlılığın en az 25.000 TL olduğunu varsayalım.
- Bu bilgiye göre, projenin net bugünkü değerinin 25.000 TL'nin altında kalma olasılığı, proje riskliliğinin en önemli göstergesidir.
- Projenin net bugünkü değerini X rasgele değişkeni ile gösterirsek normal dağılım:

$$X \sim N[21.586, 18.083^2]$$

Örnek Problem

- Standardizasyon sonucunda istenen olasılık şöyle ifade edilir:

$$P(X \leq 25.000) = P\left(\frac{X - E(NBD)}{\sigma_{NBD}} \leq \frac{25.000 - 21.586}{18.083}\right) = P(Z \leq 0,19)$$

- Kümülatif standart normal dağılım tablosuna bakıldığında, $z=0,19$ değerine karşılık gelen olasılık değeri 0,5753 olarak bulunur.
- Buna göre, projenin net bugünkü değerinin 25.000 TL'nin altında kalma olasılığı %57,53 olarak belirlenir.

Örnek Problem

- Projenin net bugünkü değerinin 25.000 TL'nin üstüne çıkma olasılığı:

$$P(X > 25.000) = P\left(\frac{X - E(NBD)}{\sigma_{NBD}} > \frac{25.000 - 21.586}{18.083}\right) = P(Z > 0,19)$$

$$P(Z > 0,19) = 1 - P(Z \leq 0,19) = 1 - 0,5753 = 0,4247$$

- Projenin net bugünkü değerinin negatif olması olasılığı:

$$P(X \leq 0) = P\left(\frac{X - E(NBD)}{\sigma_{NBD}} \leq \frac{0 - 21.586}{18.083}\right) = P(Z \leq -1,19)$$

Örnek Problem

- $z=-1,19$ değerine karşılık gelen olasılık değeri 0,117 olarak bulunur.
- Projenin net bugünkü değerinin negatif olması bir başka ifadeyle projenin zarara yol açması olasılığı %11,70 olmaktadır.
- Projenin yapılması durumunda zarara da sebep olma ihtimalinin bulunduğu gösteren bu bilgi, projenin yapılabilirlik açısından da risk taşıdığını gösterir.